

プレス機械の基礎の振動について

柳沼 一彦* 降旗 清司* 並木 喜正*

Vibration of Press Foundation

Kazuhiko Yaginuma, Kiyoshi Furihata
and Yoshimasa Namiki

1. 緒論

プレス機械の基礎の振動は地盤中を伝わり精密機器などに種々の影響を及ぼすことがある。この振動源として加工力、往復部や回転部の不釣り合い力などがあるが、加工力によるものが一般に大きい。このように衝撃的な力による基礎の振動としては鍛造機械の基礎についていくつかの研究が発表されているが、これらはほとんどハンマ頭が金敷に衝突し、金敷が瞬間的にステップ状の速度をもつとして解析している。

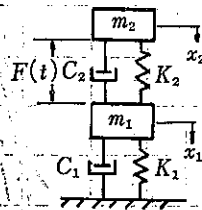
プレス機械の場合は鍛造機械と異なり、加工力による力がフレーム内で働くので、フレームを剛体とすることができない。また、このように振動系は固有振動数の高いフレームの振動があるほか、力の持続時間が長いので、速度ステップによる衝撃とすることができない。以上のようにプレス機械の振動は鍛造機械と異なっているが、この振動についての研究がみあたらないので、これについて調べた。本報では固定基礎の場合、および弾性体などで振動絶縁した場合における振動の理論解について述べる。

2. 固定基礎の場合の基礎の振動

いま簡単にするため、プレス機械と基礎は上下方向にのみ振動するとし、水平方向の振動を省略する。またフレームは静的たわみに近い形態をもう一つの固有振動数で振動するので、これを集中質量系でおきかえる。このようにすると固定基礎の場合の振動モデルは Fig. 1 のようにあらわされる。

加工力の形状は加工の種類などによって異なるが、せ

ん断加工の場合は一般に Fig. 2 のような半正弦波に近い形状になる。そこで力の形状を半正弦波とし、半正弦波と異なっている場合は力積が等しい半正弦波でおきか



- m_2 : equivalent mass of frame.
- m_1 : mass of machine and foundation.
- K_2 : Spring constant of frame.
- K_1 : Spring constant of ground.
- C_2 : Coefficient viscous damping of frame.
- C_1 : Coefficient viscous damping of ground.
- $F(t)$: metalworking force.

Fig. 1 Model of fixed foundation.

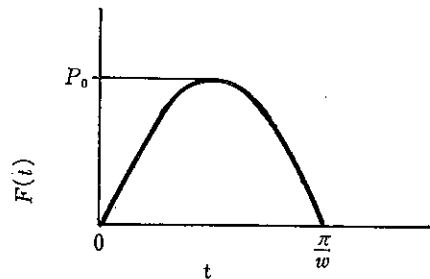


Fig. 2 Metalworking force (half sine)

* 都立工業奨励館機械部

えることにする。

Fig. 1 において荷重 $F(t)$ を単位インパルス $S(t)$ としたときの運動方程式は、

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 - C_2(x_2 - x_1) + K_1 x_1 - K_2(x_2 - x_1) &= S(t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + C_2(x_2 - x_1) + K_2(x_2 - x_1) &= -S(t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

初期条件として $t=0$ のとき $x_1(t)=x_2(t)=\dot{x}_1(t)=\dot{x}_2(t)=0$ とおき、(1)式をラプラス変換すると

$$\left. \begin{aligned} \{m_1 S^2 + (C_1 + C_2)S + (K_1 + K_2)\} X_1(S) - (C_2 S + K_2) X_2(S) &= 1 \\ (m_2 S^2 + C_2 S + K_2) X_2(S) - (C_2 S + K_2) X_1(S) &= -1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

これから $X_1(S)$ は $X_1(S) = \frac{S^2}{m_1 \Delta}$

ここに Δ は系の特性方程式

$$\Delta = S^4 + \left(\frac{C_1 + C_2}{m_1} + \frac{C_2}{m_2} \right) S^3 + \left(\frac{K_1 + K_2}{m_1} + \frac{K_2}{m_2} + \frac{C_1 C_2}{m_1 m_2} \right) S^2 + \left(\frac{C_2 K_1 + C_1 K_2}{m_1 m_2} \right) S + \frac{K_1 K_2}{m_1 m_2} \quad (4)$$

減衰振動をするので Δ は $\xi_1, \omega_1, \xi_2, \omega_2$ を常数として下式であらわされる。

$$\Delta = (S^2 + \xi_1 \omega_1 S + \omega_1^2)(S^2 + 2\xi_2 \omega_2 S + \omega_2^2) \quad (5)$$

単位インパルス $S(t)$ による応答 $h(t)$ は(3)式を逆ラプラス変換して

$$\begin{aligned} h(t) = & -\frac{1}{m_1} \left[\omega_1^2 U_1 \{ \xi_1 \omega_1 e^{-\xi_1 \omega_1 t} \cos(\sqrt{1-\xi_1^2} \omega_1 t - \alpha_1 + \tan^{-1} \frac{\xi_1}{\sqrt{1-\xi_1^2}}) + \sqrt{1-\xi_1^2} \omega_1 e^{-\xi_1 \omega_1 t} \sin(\sqrt{1-\xi_1^2} \omega_1 t - \alpha_1 \right. \\ & \left. + \tan^{-1} \frac{\xi_1}{\sqrt{1-\xi_1^2}}) \} + \omega_2^2 U_2 \{ \xi_2 \omega_2 e^{-\xi_2 \omega_2 t} \cos(\sqrt{1-\xi_2^2} \omega_2 t + \tan^{-1} \frac{\xi_2}{\sqrt{1-\xi_2^2}}) + \sqrt{1-\xi_2^2} \omega_2 e^{-\xi_2 \omega_2 t} \sin(\sqrt{1-\xi_2^2} \right. \\ & \left. \omega_2 t - \alpha_2 + \tan^{-1} \frac{\xi_2}{\sqrt{1-\xi_2^2}}) \} \right] \end{aligned}$$

ここに

$$U_1 = \frac{1}{\omega_1^2 \sqrt{1-\xi_1^2} \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 - 4\xi_1 \omega_1 (\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2)(\omega_1^2 - \omega_2^2) + 4\omega_1^2 (\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2)^2}}$$

$$U_2 = \frac{1}{\omega_2^2 \sqrt{1-\xi_2^2} \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 - 4\xi_2 \omega_2 (\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2)(\omega_1^2 - \omega_2^2) + 4\omega_2^2 (\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2)^2}}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{2(\xi_2 \omega_1 - \xi_1 \omega_1) \omega_1 \sqrt{1-\xi_1^2}}{\omega_2^2 - \omega_1^2 - 2\xi_1 \omega_1 (\xi_2 \omega_2 - \xi_1 \omega_1)}$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \frac{2(\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2) \omega_2 \sqrt{1-\xi_2^2}}{\omega_1^2 - \omega_2^2 - 2\xi_2 \omega_2 (\xi_1 \omega_1 - \xi_2 \omega_2)}$$

$P_0 \sin \omega t$ の半正弦波が加わったときの変位 $x_1(t)$ は

$$x_1(t) = \int_0^t P_0 \sin \omega \tau h(t-\tau) d\tau \quad (0 \leq t \leq \pi/\omega) \quad (7)$$

(6) 式の $x_1(t)$ を $a(t)$ とおくと、 $\pi/\omega \leq t \leq \infty$ における $x_1(t)$ は

$$x_1(t) = a(t) + a(t - \pi/\omega) \quad (\pi/\omega \leq t \leq \infty) \quad (8)$$

(7), (8)式に(6)式を入れると

$$\begin{aligned} x_1(t) = & -\frac{P_0}{K_1} \mu_1^2 \left\{ \sqrt{\left(\frac{Q_1^2 V_1 E_1 + Q_2^2 V_2 E_2}{2} \right)^2 + \left(\frac{Q_1^2 V_1 F_1 + Q_2^2 V_2 F_2}{2} \right)^2} \sin(\omega t - \varepsilon) - \frac{Q_1^2 V_1 e^{-\xi_1 Q_1 \omega t}}{2} \right. \\ & \left. \sqrt{(-A_1 + B_1)^2 + (C_1 + D_1)^2} \sin(\sqrt{1-\xi_1^2} Q_1 \omega t - \beta_1 - \varepsilon_1) - \frac{Q_2^2 V_2 e^{-\xi_2 Q_2 \omega t}}{2} \sqrt{(-A_2 + B_2)^2 + (C_2 + D_2)^2} \right. \\ & \left. \sin(\sqrt{1-\xi_2^2} Q_2 \omega t - \beta_2 - \varepsilon_2) \right\} \quad (0 \leq t \leq \pi/\omega) \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1(t) = & -\frac{P_0}{K_1} \mu_1^2 \left\{ -\frac{Q_1^2 V_1 e^{-\xi_1 Q_1 \omega t}}{2} \sqrt{\{(-A_1 + B_1)(1 + e^{\xi_1 Q_1 \pi} \cos \sqrt{1-\xi_1^2} Q_1 \pi) + (C_1 + D_1) e^{\xi_1 Q_1 \pi} \sin \sqrt{1-\xi_1^2} Q_1 \pi\}^2} \right. \\ & \left. + \{(-A_1 + B_1) e^{\xi_1 Q_1 \pi} \sin \sqrt{1-\xi_1^2} Q_1 \pi + (C_1 + D_1)(1 + e^{\xi_1 Q_1 \pi} \cos \sqrt{1-\xi_1^2} Q_1 \pi)\}^2 \sin(\sqrt{1-\xi_1^2} Q_1 \omega t - \beta_1 \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\phi_1) - \frac{Q_2^2 V_2 e^{-\xi_2 Q_2 \omega t}}{2} \sqrt{\{(-A_2 + B_2)(1 + e^{\xi_2 Q_2 \pi} \cos \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi) + (C_2 + D_2) e^{\xi_2 Q_2 \pi} \sin \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi\}^2} \\
& + \{(-A_2 + B_2) e^{\xi_2 Q_2 \pi} \sin \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi + (C_2 + D_2)(1 + e^{\xi_2 Q_2 \pi} \cos \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi)\}^2 \sin(\sqrt{1 - \xi_2^2} \times Q_2 \omega t - \beta_2 \\
& - \phi_2)] \quad (\pi/\omega \leq t \leq \infty) \quad (10)
\end{aligned}$$

ここに

$$\mu_1 = \frac{\omega n_1}{\omega}, \quad \omega n_1^2 = \frac{K_1}{m_1}, \quad Q_1 = \frac{\omega_1}{\omega}, \quad Q_2 = \frac{\omega_2}{\omega}, \quad U = \frac{m_2}{m_1}$$

$$V_1 = U_1 \omega^4 = \frac{1}{Q_1^2 \sqrt{1 - \xi_1^2} \sqrt{(Q_1^2 - Q_2^2)^2 - 4\xi_1 Q_1 (\xi_1 Q_1 - \xi_2 Q_2)(Q_1^2 - Q_2^2) + 4Q_1^2 (\xi_1 Q_1 - \xi_2 Q_2)^2}}$$

$$V_1 = U_1 \omega^4 = \frac{1}{Q_2^2 \sqrt{1 - \xi_2^2} \sqrt{(Q_1^2 - Q_2^2)^2 - 4\xi_2 Q_2 (\xi_1 Q_1 - \xi_2 Q_2)(Q_1^2 - Q_2^2) + 4Q_2^2 (\xi_1 Q_1 - \xi_2 Q_2)^2}}$$

$$A_1 = \frac{Q_1(Q_1 + \sqrt{1 - \xi_1^2})}{\xi_1^2 Q_1^2 + (1 + \sqrt{1 - \xi_1^2}) Q_1^2}, \quad A_2 = \frac{Q_2(Q_2 + \sqrt{1 - \xi_2^2})}{\xi_2^2 Q_2^2 + (1 + \sqrt{1 - \xi_2^2}) Q_2^2}$$

$$B_1 = \frac{Q_1(Q_1 + \sqrt{1 - \xi_1^2})}{\xi_1^2 Q_1^2 + (1 - \sqrt{1 - \xi_1^2}) Q_1^2}, \quad B_2 = \frac{Q_2(Q_2 - \sqrt{1 - \xi_2^2})}{\xi_2^2 Q_2^2 + (1 - \sqrt{1 - \xi_2^2}) Q_2^2}$$

$$C_1 = \frac{-\xi_1 Q_1}{\xi_1^2 Q_1^2 + (1 + \sqrt{1 - \xi_1^2}) Q_1^2}, \quad C_2 = \frac{-\xi_2 Q_2}{\xi_2^2 Q_2^2 + (1 + \sqrt{1 - \xi_2^2}) Q_2^2}$$

$$D_1 = \frac{-\xi_1 Q_1}{\xi_1^2 Q_1^2 + (1 - \sqrt{1 - \xi_1^2}) Q_1^2}, \quad D_2 = \frac{-\xi_2 Q_2}{\xi_2^2 Q_2^2 + (1 - \sqrt{1 - \xi_2^2}) Q_2^2}$$

$$E_1 = (A_1 + B_1) \cos \beta_1 - (C_1 - D_1) \sin \beta_1, \quad E_2 = (A_2 + B_2) \cos \beta_2 - (C_2 - D_2) \sin \beta_2$$

$$F_1 = (A_1 - B_1) \sin \beta_1 + (C_1 + D_1) \cos \beta_1, \quad F_2 = (A_2 - B_2) \sin \beta_2 + (C_2 + D_2) \cos \beta_2$$

$$\beta_1 = \alpha_1 - \tan^{-1} \frac{\xi_1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}}, \quad \beta_2 = \alpha_2 - \tan^{-1} \frac{\xi_2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{2(\xi_2 Q_2 - \xi_1 Q_1) Q_1 \sqrt{1 - \xi_1^2}}{Q_2^2 - Q_1^2 - 2\xi_1 Q_1 (\xi_2 Q_2 - \xi_1 Q_1)}, \quad \alpha_2 = \tan^{-1} \frac{2(\xi_1 Q_1 - \xi_2 Q_2) Q_2 \sqrt{1 - \xi_2^2}}{Q_1^2 - Q_2^2 - 2\xi_2 Q_2 (\xi_1 Q_1 - \xi_2 Q_2)}$$

$$\varepsilon = -\tan^{-1} \frac{Q_1^2 V_1 E_1 + Q_2^2 V_2 F_2}{Q_1^2 V_1 E_1 + Q_2^2 V_2 E_2}, \quad \varepsilon_1 = -\tan^{-1} \frac{C_1 + D_1}{-A_1 + B_1}, \quad \varepsilon_2 = -\tan^{-1} \frac{C_2 + D_2}{-A_2 + B_2}$$

$$\phi_1 = -\tan^{-1} \frac{-(-A_1 + B_1) e^{\xi_1 Q_1 \pi} \sin \sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi + (C_1 + D_1)(1 + e^{\xi_1 Q_1 \pi} \cos \sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi)}{(-A_1 + B_1)(1 + e^{\xi_1 Q_1 \pi} \cos \sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi) + (C_1 + D_1) e^{\xi_1 Q_1 \pi} \sin \sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi}$$

$$\phi_2 = -\tan^{-1} \frac{-(-A_2 + B_2) e^{\xi_2 Q_2 \pi} \sin \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi + (C_2 + D_2)(1 + e^{\xi_2 Q_2 \pi} \cos \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi)}{(-A_2 + B_2)(1 + e^{\xi_2 Q_2 \pi} \cos \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi) + (C_2 + D_2) e^{\xi_2 Q_2 \pi} \sin \sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi}$$

Q_1, Q_2, ξ_1, ξ_2 は(4), (5)式を等しいとおいて

$$\begin{aligned}
(S^2 + 2\xi_1 Q_1 S + Q_1^2)(S^2 + 2\xi_2 Q_2 S + Q_2^2) &= S^4 + \{2\xi_1 \mu_1 + \xi_2 \mu_2 (\nu + 1)\} S^3 + \{\mu_1^2 + \mu_2^2 (\nu + 1) + 4\xi_1 \mu_1 \xi_2 \mu_2\} S^2 \\
&+ \{2\xi_1^2 \xi_2 \mu_2 + 2\mu_2^2 \xi_1 \mu_1\} S + \mu_1^2 \mu_2^2 \quad (11)
\end{aligned}$$

ここに

$$\mu_2 = \frac{\omega n_2}{\omega}, \quad \omega n_2^2 = \frac{K_2}{m_2}, \quad \xi_{n1} = \frac{C_1}{2\sqrt{m_1 K_1}}, \quad \xi_{n2} = \frac{C_2}{2\sqrt{m_2 K_2}}$$

プレス機械の場合、 $\mu_1^2 \ll \mu_2^2$ であるのでグラフエの近似解法を用いると

$$Q_1^2 \doteq \frac{\mu_1^2 \mu_2^2}{\mu_1^2 + \mu_2^2 (1 + \nu) + 4\xi_{n1} \mu_1 \xi_{n2} \mu_2}, \quad Q_2^2 \doteq \mu_1^2 + \mu_2^2 (1 + \nu) + 4\xi_{n1} \xi_{n2} \mu_2$$

$$\xi_1 \doteq \frac{\mu_1^2 \xi_{n2} \mu_2 + \mu_2^2 \xi_{n1} \mu_1}{\mu_1 \mu_2 \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 (1 + \nu) + 4\xi_{n1} \mu_1 \xi_{n2} \mu_2}}, \quad \xi_2 \doteq \frac{\xi_{n1} \mu_1 + \xi_{n2} \mu_2 (1 + \nu)}{\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 (1 + \nu) + \xi_{n1} \mu_1 \xi_{n2} \mu_2}}$$

減衰がない場合は(8), (9)式において $\xi_1 = \xi_2 = 0$ とおくと, $x_1(t)$ は

$$x_1(t) = \frac{P_0}{K_1} \mu_1^2 \frac{1}{Q_2^2 - Q_1^2} \left\{ \left(\frac{Q_1^2}{1 - Q_1^2} - \frac{Q_2^2}{1 - Q_2^2} \right) \sin \omega t - \frac{Q_1}{1 - Q_1^2} \sin Q_1 \omega t + \frac{Q_2}{1 - Q_2^2} \sin Q_2 \omega t \right\} \quad (\leq t \leq \pi/\omega) \quad (12)$$

$$x_1(t) = \frac{P_0}{K_1} \mu_1^2 \frac{2}{Q_2^2 - Q_1^2} \left\{ \frac{-Q_1}{1 - Q_1^2} \cos \frac{Q_1 \pi}{2} \sin Q_1 \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \frac{Q_2}{1 - Q_2^2} \cos \frac{Q_2 \pi}{2} \sin Q_2 \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right\} \quad (\pi/\omega \leq t \leq \infty) \quad (13)$$

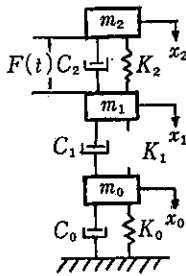
ここに

$$Q_1^2, Q_2^2 = \frac{1}{2} \left\{ \mu_1^2 + \mu_2^2 (1 + \nu) \right\} \mp \sqrt{\frac{1}{4} \left\{ \mu_1^2 + \mu_2^2 (1 + \nu) \right\}^2 - \mu_1^2 \mu_2^2}$$

なお(9), (10)式および(12), (13)式において $Q_2 \omega t$ の項は一般的に小さいので, これを省略することができる。

3. 振動絶縁をした場合の基礎の振動

固定基礎の場合と同様に上下方向のみを考え, またフレームを集中質量系でおきかえると, 弾性体などで振動絶縁をした場合の振動模型は Fig.3 のようになる。しかしこの振動模型は実用上複雑であるので, これを簡単にするため次の仮定をする。すなわち, 振動絶縁をした場合, 絶縁装置系の固有振動数は地盤系の固有振動数に比べて充分小さいので, 機械の振動と固定基礎の振動を分けて考え, 機械の振動 $x_1(t)$ を求めるとき固定基礎は変



- m_2 : equivalent mass of frame.
- m_1 : mass of machine and suspended foundation.
- m_0 : mass of fixed foundation.
- K_2 : Spring constant of frame.
- K_1 : Spring constant of isolator.
- K_0 : Spring constant of ground.
- C_2 : Coefficient-viscous damping of frame.
- C_1 : Coefficient-viscous damping of isolator.
- C_0 : Coefficient-viscous damping of ground.
- $F(t)$: metalworking force.

Fig.3 Model of independent foundation.

位しないし, 次にこの $x_1(t)$ によって生じる力により固定基礎が振動するものとする。このようにすると基礎の振動は Fig.4 のようにあらわされる。

Fig.4(a) から機械の変位 $x_1(t)$ は固定基礎の場合の基礎の変位と同じになり, (9), (10)式であらわされる。

固定基礎へ動く力は $C_1 \dot{x}_1(t) + K_1 x_1(t)$ であるので, 固定基礎の運動方程式は

$$m_0 \ddot{x}_0 + C_0 \dot{x}_0 + K_0 x_0 = C_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1 \quad (14)$$

$t=0$ のとき $x_0(t) = \dot{x}_0(t) = 0$ とおき, (14)式をラプラス変換すると $X_0(S)$ は

$$X_0(S) = \frac{2}{m_0(S^2 + 2\xi_{n0}\omega_{n0}S + \omega_{n0}^2)} L(C_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1) \quad (15)$$

ここに

$$\omega_{n0}^2 = \frac{K_0}{m_0}, \quad \xi_{n0} = \frac{C_0}{2\sqrt{m_0 K_0}}$$

$C_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1$ のラプラス変換は(9)式の $x_1(t)$ を用いて

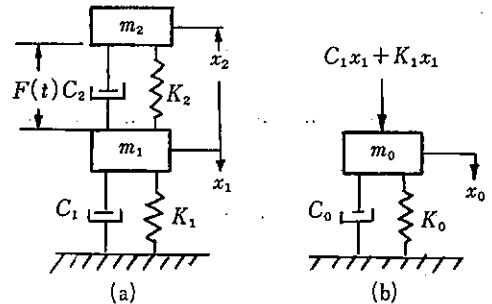


Fig.4 Simplified model of independent foundation.

$$\begin{aligned}
L(C_1\dot{x}_1 + K_1x_1) = & \frac{P_0}{m_1\omega^2} \left\{ \frac{(-C_1h\omega + K_1g)\omega}{S^2 + \omega^2} + \frac{C_1g\omega + K_1h}{S^2 + \omega^2} S - \frac{(C_1d_1\omega + K_1i_1)\sin\beta_1}{S^2 + 2\xi_1\omega_1S + \omega_1^2} S \right. \\
& + \frac{(C_1d_1\omega + K_1i_1)(\sqrt{\omega_1^2 - \xi_1^2\omega_1^2} \cos\beta_1 - \xi_1\omega_1\sin\beta_1)}{S^2 + 2\xi_1\omega_1S + \omega_1^2} - \frac{(C_1d_2\omega + K_1i_2)\sin\beta_2}{S^2 + 2\xi_2\omega_2S + \omega_2^2} S \\
& \left. + \frac{(C_1d_2\omega + K_1i_2)(\sqrt{\omega_2^2 - \xi_2^2\omega_2^2} \cos\beta_2 - \xi_2\omega_2\sin\beta_2)}{S^2 + 2\xi_2\omega_2S + \omega_2^2} \right\} \quad (0 \leq t \leq \pi/\omega) \quad (18)
\end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
g &= -\frac{1}{2}(Q_1^2V_1E_1 + Q_2^2V_2E_2), & h &= -\frac{1}{2}(Q_1^2V_1F_1 + Q_2^2V_2F_2) \\
i_1 &= \frac{1}{2}Q_1^2V_1(-A_1 + B_1) & i_2 &= \frac{1}{2}Q_2^2V_2(-A_2 + B_2) \\
j_1 &= \frac{1}{2}Q_1^2V_1(C_1 + D_1) & j_2 &= \frac{1}{2}Q_2^2V_2(C_2 + D_2) \\
d_1 &= -\xi_1Q_1i_1 - \sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1j_1 & d_2 &= -\xi_2Q_2i_2 - \sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2j_2 \\
e_1 &= \sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1i_1 - \xi_1Q_1j_1 & e_2 &= \sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2i_2 - \xi_2Q_2j_2
\end{aligned}$$

(15)式に(18)式を入れて逆ラプラス変換すると $0 \leq t \leq \pi/\omega$ における $x_0(t)$ が求まる。また $\pi/\omega < t < \infty$ では(8)式の関係がなりたつので

$$\begin{aligned}
x_0(t) = & \frac{P_0}{K_0}\mu_0^2 [V\omega_2\sqrt{(-2\xi_{n1}\mu_1h + \mu_1^2g)^2 + (2\xi_{n1}\mu_1g + \mu_1^2h)^2} \sin(\omega t - \theta) + e^{-\varepsilon_{n0}\mu_0\omega t} \sqrt{R^2 + T^2} \sin(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}\mu_0\omega t \\
& - \alpha_{\omega 1} - \theta_0) + e^{-\varepsilon_{1}Q_1\omega t} \sqrt{W_1^2 + Y_1^2} \sin(\sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1\omega t - \alpha_{\omega 12} - \theta_1) + e^{-\varepsilon_{2}Q_2\omega t} \sqrt{W_2^2 + Y_2^2} \sin(\sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2\omega t \\
& - \alpha_{\omega 2} - \theta_2)] \quad (0 \leq t \leq \pi/\omega) \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_0(t) = & \frac{P_0}{K_0}\mu_0^2 [e^{-\varepsilon_{n0}\mu_0\omega t} \sqrt{[R\{1 + e^{\varepsilon_{n0}\mu_0\omega t} \cos\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}\mu_0\omega t\} + T \sin(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}\mu_0\omega t)]^2 + [-Re^{\varepsilon_{n0}\mu_0\omega t} \sin(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}\mu_0\omega t) \\
& + T\{1 + e^{\varepsilon_{n0}\mu_0\omega t} \cos(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}\mu_0\omega t)\}]^2} \sin\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}\mu_0\omega t - \alpha_{\omega 1} - \eta) + e^{-\varepsilon_{1}Q_1\omega t} \sqrt{[W_1\{1 + e^{\varepsilon_{1}Q_1\omega t} \cos\sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1\omega t\} \\
& + Y_1 \sin(\sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1\omega t)]^2 + [-W_1e^{\varepsilon_{1}Q_1\omega t} \sin\sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1\omega t + Y_1\{1 + e^{\varepsilon_{1}Q_1\omega t} \cos(\sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1\omega t)\}]^2} \sin(\sqrt{1 - \xi_1^2}Q_1\omega t \\
& - \alpha_{\omega 2} - \eta_1) + e^{-\varepsilon_{2}Q_2\omega t} \sqrt{[W_2\{1 + e^{\varepsilon_{2}Q_2\omega t} \cos\sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2\omega t\} + Y_2 \sin(\sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2\omega t)]^2 + [-W_2e^{\varepsilon_{2}Q_2\omega t} \sin\sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2\omega t \\
& + Y_2\{1 + e^{\varepsilon_{2}Q_2\omega t} \cos\sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2\omega t\}]^2} \sin(\sqrt{1 - \xi_2^2}Q_2\omega t - \alpha_{\omega 2} - \eta_2)} \quad (\pi/\omega \leq t \leq \infty) \quad (20)
\end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned}
R &= \mu_0 V_{\omega 1} \{(-2\xi_{n1}\mu_1h + \mu_1^2g) - (2\xi_{n1}\mu_1g + \mu_1^2h)\mu_0 \sin\gamma_{n0}\} + \mu_0 V_{\omega 11} (2\xi_{n1}\mu_1d_1 + \mu_1^2i_1) \{(\sqrt{Q_1^2 - \xi_1^2}Q_1^2 \cos\beta_1 - \xi_1Q_1 \\
& \sin\beta_1)\cos\delta_{\omega 11} - \mu_0 \sin\beta_1 \sin(\delta_{\omega 11} - \gamma_{n0})\} + \mu_0 V_{\omega 21} (2\xi_{n1}\mu_1d_2 + \mu_1^2i_2) \{(\sqrt{Q_2^2 - \xi_2^2}Q_2^2 \cos\beta_2 - \xi_2Q_2 \sin\beta_2)\cos\delta_{\omega 21} - \\
& \mu_0 \sin\beta_2 \sin(\delta_{\omega 21} - \gamma_{n0})\} \\
T &= \mu_0 V_{\omega 1} (2\xi_{n1}\mu_1g + \mu_1^2h)\mu_0 \cos\gamma_{n0} + \mu_0 V_{\omega 1} \{(2\xi_{n1}\mu_1d_1 + \mu_1^2i_1)(\sqrt{Q_1^2 - \xi_1^2}Q_1^2 \cos\beta_1 - \xi_1Q_1 \sin\beta_1)(-\sin\delta_{\omega 11}) \\
& - (2\xi_{n1}\mu_1d_1 + \mu_1^2i_1)\sin\beta_1\mu_0 \cos(\delta_{\omega 11} - \gamma_{n0})\} + \mu_0 V_{\omega 1} \{(2\xi_{n1}\mu_1d_2 + \mu_1^2i_2)(\sqrt{Q_2^2 - \xi_2^2}Q_2^2 \cos\beta_2 - \xi_2Q_2 \sin\beta_2) \\
& (-\sin\delta_{\omega 21}) - (2\xi_{n1}\mu_1d_2 + \mu_1^2i_2)\sin\beta_2\mu_0 \cos(\delta_{\omega 21} - \gamma_{n0})\} \\
W_1 &= Q_1 V_{\omega 12} (2\xi_{n1}\mu_1d_1 + \mu_1^2i_1) \{(\sqrt{Q_1^2 - \xi_1^2}Q_1^2 \cos\beta_1 - \xi_1Q_1 \sin\beta_1) + \sin\beta_1 Q_1 \sin\gamma_{11}\} \\
W_2 &= Q_2 V_{\omega 22} (2\xi_{n1}\mu_1d_2 + \mu_1^2i_2) \{(\sqrt{Q_2^2 - \xi_2^2}Q_2^2 \cos\beta_2 - \xi_2Q_2 \sin\beta_2) + \sin\beta_2 Q_2 \sin\gamma_{22}\}
\end{aligned}$$

$$Y_1 = -Q_1 V_{\omega 12} (2\xi_{n1} \mu_1 d_1 + \mu_1^2 i_1) \sin \beta_1 Q_1 \cos \gamma_1$$

$$Y_2 = -Q_2 V_{\omega 22} (2\xi_{n1} \mu_1 d_2 + \mu_1^2 i_2) \sin \beta_2 Q_2 \cos \gamma_2$$

$$V_{\omega 1} = \frac{1}{\mu_0^2 \sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \sqrt{(\mu_0^2 - 1)^2 - 4\xi_{n0}^2 \mu_0^2 (\mu_0^2 - 1)} + 4\xi_{n0}^2 \mu_0^4}$$

$$V_{\omega 2} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0^2 - 1}^2 + 4\xi_{n0}^2 \mu_0^2}$$

$$V_{\omega 11} = \frac{1}{\mu_0^2 \sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \sqrt{(\mu_0^2 - Q_1^2)^2 - 4\xi_{n0} \mu_0 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_1 Q_1) (\mu_0^2 - Q_1^2)} + 4\mu_0^2 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_1 Q_1)^2}$$

$$V_{\omega 21} = \frac{1}{\mu_0^2 \sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \sqrt{(\mu_0^2 - Q_2^2)^2 - 4\xi_{n0} \mu_0 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_2 Q_2) (\mu_0^2 - Q_2^2)} + 4\mu_0^2 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_2 Q_2)^2}$$

$$V_{\omega 12} = \frac{1}{Q_1^2 \sqrt{1 - \xi_1^2} \sqrt{(\mu_0^2 - Q_1^2)^2 - 4\xi_1 Q_1 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_1 Q_1) (\mu_0^2 - Q_1^2)} + 4Q_1^2 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_1 Q_1)^2}$$

$$V_{\omega 22} = \frac{1}{Q_2^2 \sqrt{1 - \xi_2^2} \sqrt{(\mu_0^2 - Q_2^2)^2 - 4\xi_2 Q_2 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_2 Q_2) (\mu_0^2 - Q_2^2)} + 4Q_2^2 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_2 Q_2)^2}$$

$$\gamma_{n0} = \tan^{-1} \frac{\xi_{n0}}{\sqrt{1 - \xi_{n0}^2}} \quad \gamma_1 = \tan^{-1} \frac{\xi_1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \quad \gamma_2 = \tan^{-1} \frac{\xi_2}{\sqrt{1 - \xi_2^2}}$$

$$\alpha_{\omega 1} = \tan^{-1} \frac{-2\xi_{n0} \mu_0^2}{2\xi_{n0} \mu_0^2 - \mu_0^2 + 1} \quad \alpha_{\omega 2} = \tan^{-1} \frac{2\xi_{n0} \mu_0 \mu_0}{\mu_0^2 - 1}$$

$$\delta_{\omega 11} = \alpha_{\omega 11} - \alpha_{\omega 1} \quad \delta_{\omega 21} = \alpha_{\omega 21} - \alpha_{\omega 1}$$

$$\alpha_{\omega 11} = \tan^{-1} \frac{2(\xi_1 Q_1 - \xi_{n0} \mu_0) \mu_0 \sqrt{1 - \xi_{n0}^2}}{Q_1^2 - \mu_0^2 - 2\xi_{n0} \mu_0 (\xi_1 Q_1 - \xi_{n0} \mu_0)}$$

$$\alpha_{\omega 21} = \tan^{-1} \frac{2(\xi_2 Q_2 - \xi_{n0} \mu_0) \mu_0 \sqrt{1 - \xi_{n0}^2}}{Q_2^2 - \mu_0^2 - 2\xi_{n0} \mu_0 (\xi_2 Q_2 - \xi_{n0} \mu_0)}$$

$$\alpha_{\omega 12} = \tan^{-1} \frac{2(\xi_{n0} \mu_0 - \xi_1 Q_1) Q_1 \sqrt{1 - \xi_1^2}}{\mu_0^2 - Q_1^2 - 2\xi_1 Q_1 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_1 Q_1)}$$

$$\alpha_{\omega 22} = \tan^{-1} \frac{2(\xi_{n0} \mu_0 - \xi_2 Q_2) Q_2 \sqrt{1 - \xi_2^2}}{\mu_0^2 - Q_2^2 - 2\xi_2 Q_2 (\xi_{n0} \mu_0 - \xi_2 Q_2)}$$

$$\theta = -\tan^{-1} \frac{2\xi_{n1} \mu g + \mu_1^2 h}{-2\xi_{n1} \mu_1 h + \mu_1^2 g} \quad \theta_0 = -\tan^{-1} \frac{T}{R}$$

$$\theta_1 = -\tan^{-1} \frac{Y_1}{W_1} \quad \theta_2 = -\tan^{-1} \frac{Y_2}{W_2}$$

$$\eta = -\tan^{-1} \frac{-Re e^{\xi_{n0} \mu_0 \pi} \sin(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \mu_0 \pi) + T \{1 + e^{\xi_{n0} \mu_0 \pi} \cos(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \mu_0 \pi)\}}{R \{1 + e^{\xi_{n0} \mu_0 \pi} \cos(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \mu_0 \pi)\} + T \sin(\sqrt{1 - \xi_{n0}^2} \mu_0 \pi)}$$

$$\eta_1 = -\tan^{-1} \frac{-W_1 e^{\xi_1 Q_1 \pi} \sin(\sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi) + Y_1 \{1 + e^{\xi_1 Q_1 \pi} \cos(\sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi)\}}{W_1 \{1 + e^{\xi_1 Q_1 \pi} \cos(\sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi)\} + Y_1 \sin(\sqrt{1 - \xi_1^2} Q_1 \pi)}$$

$$\eta_2 = -\tan^{-1} \frac{-W_2 e^{\xi_2 Q_2 \pi} \sin(\sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi) + Y_2 \{1 + e^{\xi_2 Q_2 \pi} \cos(\sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi)\}}{W_2 \{1 + e^{\xi_2 Q_2 \pi} \cos(\sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi)\} + Y_2 \sin(\sqrt{1 - \xi_2^2} Q_2 \pi)}$$

減衰がない場合は(19), (20)式において $\xi_1 = 0$, $\xi_2 = 0$, $\xi_{n0} = 0$ とおくと

$$x(t) = \frac{P_0}{K_0} \mu_1^2 \frac{1}{Q_2^2 - Q_1^2} \left\{ a \sin \omega t - b \sin Q_1 \omega t + c \sin Q_2 \omega t - \frac{1}{\mu_0} (a - Q_1 b + Q_2 c) \sin \mu_0 \omega t \right\} \quad (0 \leq t \leq \pi/\omega) \quad (21)$$

$$x(t) = \frac{P_0}{K_0} \mu_1^2 \frac{2}{Q_2^2 - Q_1^2} \left\{ -b \cos \frac{Q_1 \pi}{2} \sin \left(Q_1 \omega t - \frac{Q_1 \pi}{2} \right) + c \cos \frac{Q_2 \pi}{2} \sin \left(Q_2 \omega t - \frac{Q_2 \pi}{2} \right) - \frac{1}{\mu_0} (a - Q_1 b + Q_2 c) \cos \frac{\mu_0 \pi}{2} \sin \left(\mu_0 \omega t - \frac{\mu_0 \pi}{2} \right) \right\} \quad (\pi/\omega \leq t \leq \infty) \quad (22)$$

ここに

$$a = \frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 - 1} \left(\frac{Q_1^2}{1 - Q_1^2} - \frac{Q_2^2}{1 - Q_2^2} \right), \quad b = \frac{\mu_0^2 Q_1}{(\mu_0^2 - Q_1^2)(1 - Q_1^2)}, \quad c = \frac{\mu_0^2 Q_2}{(\mu_0^2 - Q_2^2)(1 - Q_2^2)}$$

なお(19), (20)式および(2), (3)式において $Q_2\omega t$ の項は一般に小さいので、これを省略することができる。また(12), (13)式の $Q_2\omega t$ 項を省略すると(2), (3)式の c は $c=0$ となる。

4. 数値計算例および考察

減衰がない場合の変位を表す(2), (3)式を用いて、固定基礎の変位 $x_1(t)$ の最大値または振動絶縁をした場合の固定基礎への伝達力 $K_1x_1(t)$ の最大値を計算し、各種の条件を変えたときの変位または伝達力の変化を調べた。なお、計算においては地盤係数は基礎の面積に関係なく一定とし、また、 $\mu_1 = \sqrt{K_1/m_1}/\omega = 2$, $\mu_2 = \sqrt{K_2/m_2}/\omega = 20$, $\nu = m_2/m_1 = 0.1$ を基準とした。

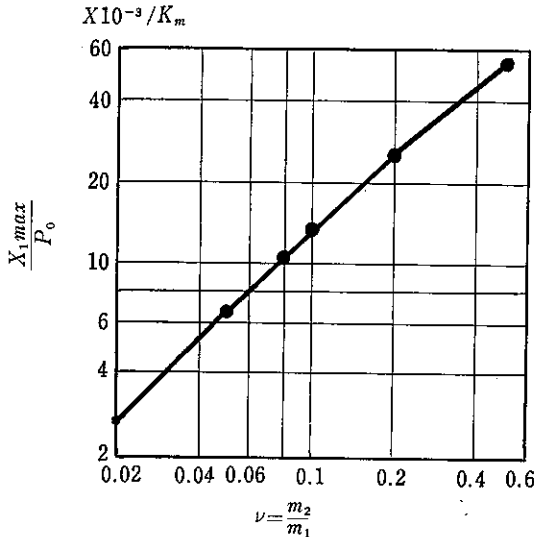


Fig. 5 Ratio $x_{1,max}/P_0$ versus function of area of fixed foundation at constant thickness ν .
 $\mu_1 = \sqrt{K_1/m_1}/\omega = 2$
 $\mu_2 = \sqrt{K_2/m_2}/\omega = 20$
 $K_m: K_1$ value in $\mu_1 = 2$
 $x_{1,max}$: maximum value of x_1
 P_0 : maximum value of P

Fig. 5 は固定基礎において、基礎の高さが一定の場合の基礎面積と変位の最大値との関係を示す。基礎面積に対して変位の最大値はほぼ直線的に変化し、面積が大きいほど変位が小さい。

Fig. 6 は固定基礎で、基礎質量が一定の場合の基礎面積と変位の最大値との関係を示す。 μ_1 が 1.5 (Q_1 が 1.3)

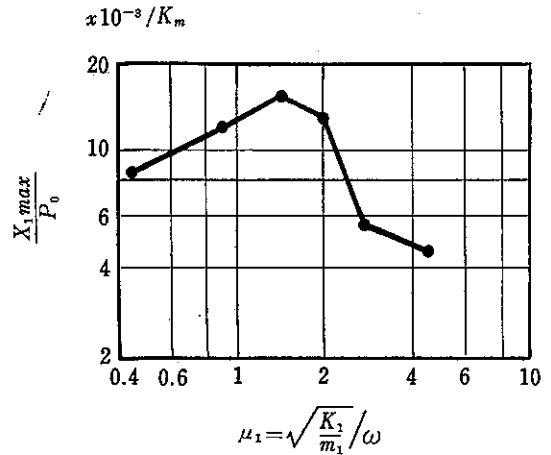


Fig. 6 Ratio $x_{1,max}/P_0$ versus function of fixed foundation at constant mass μ_1 .
 $\mu_2 = \sqrt{K_2/m_2}/\omega = 20$
 $\nu = m_2/m_1 = 0.1$
 $K_m: K_1$ value in $\mu_1 = 2$

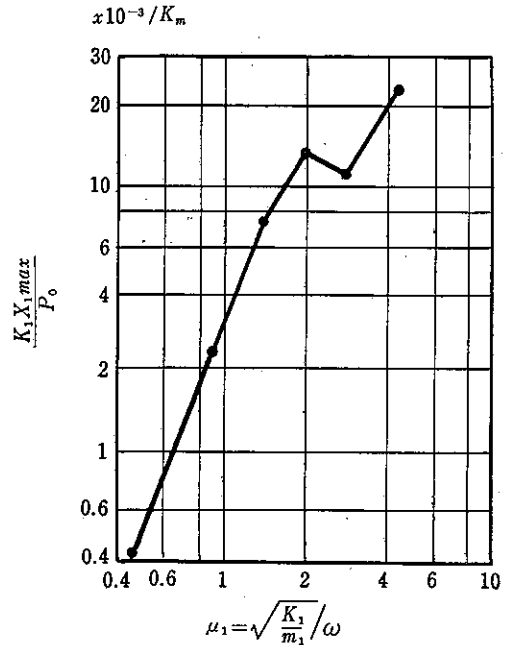


Fig. 7 Ratio $K_1 X_{1,max}/P_0$ versus function of spring constant of isolator μ_1 .
 $\mu_2 = \sqrt{K_2/m_2}/\omega = 20$
 $\nu = m_2/m_1 = 0.1$
 $K_1 X_{1,max}$: maximum value of $K_1 x_1$

前後で変位が最大となり、 μ が1.5以上では μ_1 大きいほど変位が小さい。

Fig. 7は振動絶縁をした場合における、絶縁装置のばね常数と伝達力の最大値との関係を示す。 μ が1.5 (Q

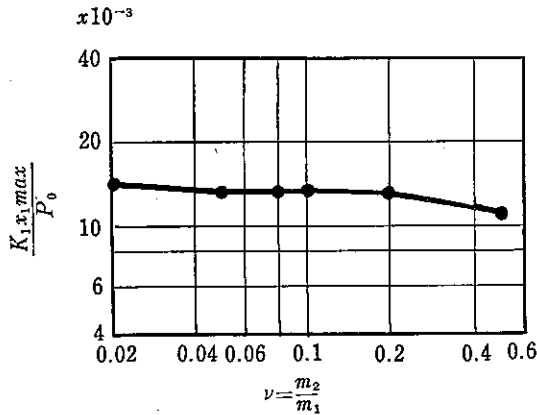


Fig. 8 Ratio $K_1 x_{1max}/P_0$ versus function of mass of machine and suspended foundation μ .

$$\mu_1 = \sqrt{K_1/m_1}/\omega = 2$$

$$\mu_2 = \sqrt{K_2/m_2}/\omega = 2$$

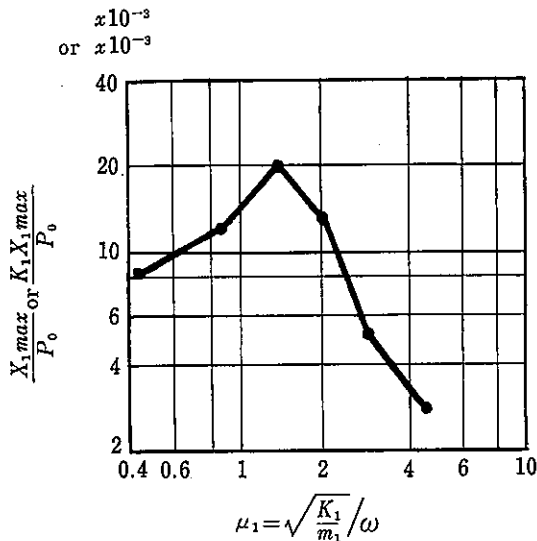


Fig. 9 Ratio x_{1max}/P_0 and $K_1 x_{1max}/P_0$ versus function of circular frequency of exciting force μ_1 .

$$\nu = m_2/m_1 = 0.1$$

$$\mu_2/\mu_1 = 10$$

$$K_m : K_1 \text{ value in } \mu_1 = 2$$

が1.3)あたりでやや大きくなっているが、他はほぼ直線的に変化し、ばね常数が小さいほど伝達力が小さい。

Fig. 8は振動絶縁で絶縁装置系の固有振動数比 μ_1 が一定の場合の機械および浮基礎質量と伝達力の関係を示す。質量が大きいくほど伝達力はやや大きくなるがあまり変わらない。

Fig. 9は入力周波数と固定基礎の場合の基礎の変位および振動絶縁をした場合の固定基礎への伝達力の関係を示す。 μ_1 が1.5 (Q が1.3)位で変位および伝達力が最大になり μ_1 が1.5以上では μ_1 が大きいほど、すなわち入力周波数が小さいほど変位および伝達力が小さい。

Fig. 10はフレームの固有振動数比 μ_2 と変位および伝達力の関係を示す。ほぼ直線関係にあり、 μ_2 が大きいほど変位および伝達力は小さい。

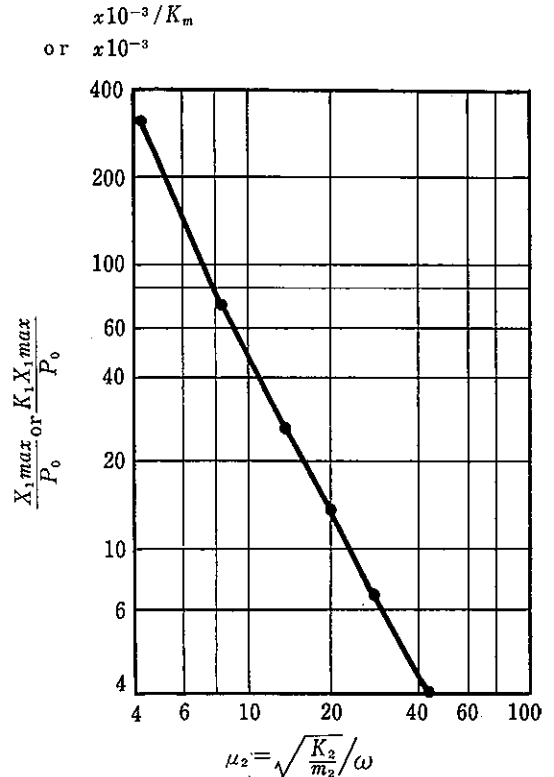


Fig. 10 Ratio x_{1max}/P_0 and $K_1 x_{1max}/P_0$ versus function of natural frequency ratio of frame μ_2 .

$$\mu_1 = \sqrt{K_1/m_1}/\omega = 2$$

$$\nu = m_2/m_1 = 0.1$$

$$K_m : K_1 \text{ value in } \mu_2 = 20$$

以上いくつかの計算例を示した。振動絶縁をした場合の固定基礎の変位は(8), (9)式であらわされるが, 式から固定基礎系の固有振動数比 $\mu_0 = \sqrt{K_0/m_0}/\omega$ が1のときおよび Q_1 が1のときには固定基礎の変位はあまり大きくならないが, $\mu_0 = Q_1$ のときは非常に大きくなることがわかる。勿論上式は $\mu_0 = Q_1$ のときには成立しないが, μ_0 が Q_1 に近づくとつれ x_0 が大きくなることは定性的に成り立つであろう。

5. 結論

加工力によるプレス機械の基礎振動を, 固定基礎の場合および振動絶縁をした場合についてそれぞれ Fig. 1, Fig. 4 のような振動模型であらわし, 加工力を Fig. 2 のような半正弦波として理論的に解析した結果, つぎのことが得られた。

(1) 固有基礎の場合における基礎の変位は, 減衰がある場合, (9), (10)式で, 減衰がない場合は(12), (13)式であらわされる。

(2) 振動絶縁した場合における固定基礎の変位は, 減衰がある場合(19), (20)式で減衰がない場合は(8), (9)式であらわされる。

(3) 減衰がない場合の(9), (10)式を用いて数値を計算した結果, 固定基礎の場合の基礎の変位および振動絶縁をした場合の固定基礎への伝達力は Fig. 5~Fig. 10 のようになり, これから次のことが得られた。

3-1) 固定基礎において, 基礎の高さが一定の場合変位は面積に比例する。

3-2) 固定基礎において, 基礎の質量が一定の場合, μ_1 が 1.5 (Q が 1.3) 位で変位が最大となり, μ_1 が 1.5 以上では μ_1 が大きいほど変位が小さい。

3-3) 絶縁装置のばね常数と伝達力の関係は, μ_1 が 1.5 (Q が 1.3) 附近に小さなピークがあるが, ばね常数が小さいほど伝達力が小さい。

3-4) 絶縁装置系の固有振動数比 μ_1 が一定の場合, 伝達力は機械および浮基礎の質量によってあまり変わらない。

3-5) 入力 of 周波数との関係は変位, 伝達力とも μ_1 が 1.5 (Q が 1.3) 位で最大になり, μ_1 が 1.5 以上では入力 of 周波数が小さいほどこれらは小さくなる。

3-6) フレームの剛性 μ_2 が大きいほど変位, 伝達力とも小さい。

参考文献

- (1) 降旗清司, プレス機械の振動, 精機学会春季大会前刷(昭43)
- (2) 大築志夫, 防振基礎の設計法(昭36) オーム社。
- (3) 沢瀉作雄, 京谷好泰, 機械基礎の計測と据付(1961) 丸善
- (4) Cred, Vibration and Shock Isolation (1951) Wiely.
- (5) 益田森治, 森田稔, プレス機械の作業時における動的特性, 機械の研究 vol. 9, No. 1 (1957)
- (6) 輪竹千三郎, 山田嘉昭, プレスの静的および動的特性の研究, 塑性と加工, vol. 8, No. 82 (1967-11)